3ª LISTA DE MECÂNICA QUÂNTICA II

(2012-1)

1. Considere uma partícula de spin $1/2$ interagindo com um campo magnético

$$\vec{B}(t) = B_0 \hat{z} + B' \cos \omega t \hat{n}$$

segundo o hamiltoneano $H = g \vec{S} \cdot \vec{B}(t)$. A partícula foi inicialmente preparada no estado $|-\rangle$. Encontre seu estado como função do tempo e a probabilidade de transição em primeira ordem em teoria de perturbação dependente do tempo para:

(a) $\hat{n} = \hat{z}$.

(b) $\hat{n} = \hat{y}$.

(c) Determine $\langle S_z \rangle(t)$ até primeira ordem em g para os casos dos itens (a) e (b).

2. Considere um oscilador harmônico unidimensional com frequência angular ω_0 , perturbado por um potencial $V(t) = Ax \cos(\omega t)$, onde x é o deslocamento do oscilador da posição de equilíbrio. Calcule $\langle x \rangle$ empregando a teoria de perturbação dependente do tempo.

3. Um átomo de hidrogênio é colocado em um campo elétrico uniforme, dependente do tempo:

$$E(t) = \frac{A\tau}{t^2 + \tau^2}.$$

Sabendo que em $t \rightarrow -\infty$ o átomo estava no estado fundamental, calcule por teoria de perturbação, a probabilidade de transição para o primeiro estado excitado quando $t \rightarrow \infty$.

4. Considere um sistema de três níveis cujo hamiltoniano não perturbado pode ser escrito como:

$$H_0 = E_a|a\rangle\langle a| + E_b|b\rangle\langle b| + E_c|c\rangle\langle c|$$

onde $E_c > E_b > E_a$ e $\{|a\rangle, |b\rangle, |c\rangle\}$ é a base de autoestados de H_0 . As frequências de Bohr associadas são:

$$\omega_1 = \frac{E_b - E_a}{\hbar} \quad \text{e} \quad \omega_2 = \frac{E_c - E_b}{\hbar}$$

Este sistema interage com uma onda eletromagnética de frequência ω_0 , cuja perturbação pode ser escrita como:

$$V(t) = \mathcal{E} \cos \omega_0 t (g_1|b\rangle\langle a| + g_2|c\rangle\langle b| + h.c.).$$

Em $t = 0$ o sistema é preparado no estado $|a\rangle$.

- (a) Calcule a probabilidade de transição $P_{a \rightarrow b}(t)$ até primeira ordem em teoria de perturbação e mostre que $P_{a \rightarrow c}(t) = 0$ nesta ordem.
- (b) Utilize a teoria de perturbação de segunda ordem para calcular $P_{a \rightarrow c}(t)$. Mostre que esta probabilidade de transição possui uma ressonância em $\omega_0 = (\omega_1 + \omega_2)/2$, a qual está associada ao que chamamos de “transição de dois fótons”. Comente esta denominação.
- (c) As transições de dois fótons dão origem a processos ópticos não lineares, como geração de segundo harmônico, conversão paramétrica e efeito Raman, entre outros. Utilizando o diagrama de níveis do sistema, discuta **de forma sucinta** como a transição de dois fótons, seguida da transição direta de c para a por emissão espontânea, gera luz com frequência $2\omega_0$ (segundo harmônico). Este processo torna-se mais importante do que as transições de um fóton (termos de primeira ordem) quando ω_0 é muito diferente de ω_1 e ω_2 , mas $\omega_0 \sim (\omega_1 + \omega_2)/2$.